Компьютерные модели скачкообразного и непрерывного увеличения знаний при обучении

Майер Р.В.

Аннотация — **Обсуждается проблема имитационного моделирования дидактических систем. Рассмотрены: 1) одно–, двух– и трехкомпонентные модели скачкообразного увеличения знаний; 2) трехкомпонентная модель непрерывного увеличения знаний, требующая численного решения дифференциальных уравнений. Предполагается, что суммарные знания ученика состоят из непрочных знаний, более прочных знаний и очень прочных знаний, которые могут превращаться друг в друга. Представлены две программы, написанные в среде Free Pascal, проанализированы результаты моделирования.**

Ключевые слова — **дидактика, компьютерное моделирование, программирование, теория обучения, усвоение знаний, ученик.**

Одним из современных методов исследования процесса обучения является метод имитационного моделирования [5, 10]. Он состоит в построении сначала математической [3, 8, 9], а затем компьютерной модели дидактической системы и проведении с ней серии вычислительных экспериментов при различных условиях с целью установления или обоснования закономерностей обучения [4 – 7]. Высокое быстродействие современных ЭВМ позволяет быстро обрабатывать большие объемы информации и осуществлять компьютерную имитацию исследуемой системы. Изменяя начальные данные и параметры модели, можно исследовать пути развития дидактической системы и определять ее состояние на разных этапах обучения. В этом состоит преимущество данного подхода по сравнению с методом качественного анализа, используемого, например, в [1]. В некоторых случаях для изучения процесса обучения применяют имитационные модели, основанные на решении системы дифференциальных уравнений, дискретные модели, в которых ученик заменяется вероятностным автоматом [2, 4 – 7], а также мультиагентное моделирование. Для получения статистически значимых результатов используют метод статистических испытаний [10, с. 87–105].

Основную задачу имитационного моделирования дидактических систем можно сформулировать так: зная параметры учащихся, характеристики используемых методов и учебную программу (распределение учебной информации), нужно определить количество знаний или степень сформированности навыков у учащихся в конце обучения. Также может быть решена оптимизационная задача, заключающаяся в нахождении наилучшего распределения учебного материала, уровня требований учителя, длительности занятий, при которых количество знаний учащихся в конце обучения достигнет заданного или максимального значения, а сам процесс обучения будет удовлетворять наложенным на него ограничениям.

Согласно принципу множественности описания, любая сложная система может быть промоделирована большим числом способов. Поведение дидактической системы зависит от огромного количества переменных состояния, параметров ученика и связей между ними, поэтому задача построения модели имеет большую неопределенность. Известные модели процесса обучения гораздо проще моделируемого объекта и учитывают лишь основные факторы, влияющие на результат обучения. Этим и объясняется существование нескольких альтернативных подходов к анализу дидактических систем, каждый из которых позволяет построить адекватную модель.

1. Модели скачкообразного увеличения знаний

Допустим, учитель проводит несколько занятий, на каждом из которых излагает одну и ту же совокупность элементов учебного материала (ЭУМ), требуя от ученика ее полного усвоения. Это может быть 20 слов иностранного языка, совокупность формул или определений, алгоритм решения задач по одной теме и т.д. Наконец, ученик может самостоятельно изучать некоторый материал, готовясь к экзамену. Во всех этих случаях зависимость уровня требований от времени задается так:

$$L(t) = \begin{cases} L_0, \ \textit{если} \quad nT < t \le T_З + nT, \\ 0, \ \textit{если} \ \ T_З + nT < t \le (n+1)T, \end{cases} \quad n = 0,1,2,...$$

здесь $T_З$ и $T_П$ – длительности занятий и перерывов между ними, $T = T_З + T_П$ –

Майер Роберт Валерьевич, д.п.н., профессор, ГОУ ВПО “Глазовский государственный педагогический институт” (email: robert_maier@mail.ru).

периодичность, с которой следуют занятия. Пока происходит обучение, уровень требований равен $L = L_0 > 0$, в промежутках между занятиями $L = 0$.

Рассмотрим несколько простых моделей обучения, в которых усвоение нового материала рассматривается как скачкообразный процесс. При этом считается, что: 1) длительность занятий пренебрежимо мала $T_З << T$; 2) в течение занятия знания ученика скачком увеличиваются на некоторую величину. После окончания обучения количество знаний уменьшается вследствие забывания. Уровень требований учителя L совпадает с количеством сообщаемых им знаний $I(t)$, которые должны быть усвоены учеником. Эта величина пропорциональна числу понятий, формул или других элементов учебного материала (ЭУМ), сообщаемых учителем, и может измеряться в условных единицах.

Модель 1. Все элементы учебного материала одинаково хорошо усваиваются и с одной и той же скоростью забываются. После каждого занятия знания ученика Z увеличиваются на $\alpha(L-Z)$ и оказываются равными $Z' = Z + \alpha(L-Z)$, где α – коэффициент усвоения ($0 < \alpha < 1$). Это самая простая однокомпонентная модель обучения.

Модель 2. Знания ученика Zn состоят из двух компонентов: непрочных знаний Z и прочных знаний (навыков) N. На каждом занятии прочные знания увеличиваются на $\alpha_N(L-N)$, то есть $N' = N + \alpha_N(L-N)$. Количество непрочных знаний после каждого занятия составляет $Z' = \alpha_Z(L-N')$, при этом $0 < \alpha_N < \alpha_Z \le 1$.

Модель 3. Знания ученика Zn состоят из непрочных знаний Z и прочных знаний (навыков) N. На каждом занятии знания Zn увеличиваются на $\alpha(L-Zn)$ так, что $Zn' = Zn + \alpha(L-Zn)$. Одновременно растет доля прочных знаний (навыков), стремясь к 1: $d' = d + \alpha_d(1-d)$, $N' = d' \cdot Zn$. Так как $Zn = Z + N$, то количество непрочных знаний после занятия $Z' = Zn' - N'$. Модели 2 и 3 являются двухкомпонентными.

Модель 4. Суммарные знания ученика Zn состоят из непрочных знаний Z, умений U и прочных знаний (навыков) N. На каждом занятии суммарные знания Zn увеличиваются, стремясь к L: $Zn' = Zn + \alpha(L-Zn)$. Одновременно растут коэффициенты $d'_U = d_U + \alpha_U(1-d_U)$ и $d'_N = d_N + \alpha_N \cdot \cdot (1-d_N)$, определяющие доли умений и навыков. Количества умений и навыков после занятия $U' = Zn \cdot (d'_U - d'_N)$, $N' = d'_N \cdot Zn$. Количество непрочных знаний равно $Z' = Zn' - U' - N'$. При этом $\alpha_U > \alpha_N$ и $d_U > d_N$. Это трехкомпонентная модель обучения.

Программа 1.

```
{$N+} uses crt, graph; {Free Pascal}
const dt=0.01; L=500; Mz=0.8; Mt=1.3;
var Gd,Gm,i,j: integer; k: longint;
d,d1,t,Zn,Z,N,U: single;
BEGIN Gd:=Detect; InitGraph(Gd, Gm,
''); line(0,700,1200,700);
Repeat t:=t+dt; inc(k);
If (k>2000)and(t<300) then begin
k:=0; circle(round(Mt*t),702,2);
{m2:} {N:=N+0.1*(L-N); Z:=0.3*(L-N);}
{m3:} {Zn:=Zn+0.2*(L-Zn); d:=d+0.05
*(1-d); N:=Zn*d; Z:=Zn-N;}
{m4:} Zn:=Zn+0.2*(L-Zn); d:=d+
0.06*(1-d); d1:=d1+0.02*(1-d1);
U:=Zn*(d-d1); N:=Zn*d1;
Z:=Zn-U-N; end; Z:=Z-0.002*Z*dt;
U:=U-0.0005*U*dt; N:=N-0.0001*N*dt;
circle(round(Mt*t),700-round(Mz*(Z+
U+N)),1); circle(round(Mt*t),700-
round(Mz*(U+N)),1); circle(round(Mt*
t),700-round(Mz*N),1); circle(round
(Mt*t),700-round(Mz*L),1);
until (KeyPressed)or(t>6000);
CloseGraph; END.
```

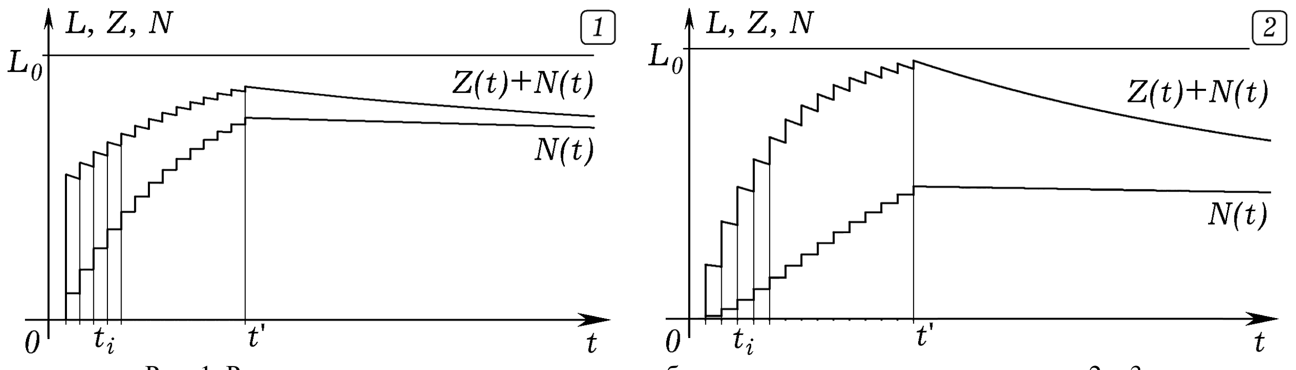

Рис. 1. Результаты моделирования процесса обучения: двухкомпонентные модели 2 и 3.

Во всех случаях во время забывания количество знаний уменьшается по экспоненциальному закону $dZ/dt = -\gamma Z$, или $Z(t) = Z_0 \exp(-\gamma \cdot t)$, где γ – коэффициент забывания. Для трехкомпонентной модели: $Z^{k+1} = Z^k - \gamma_Z Z^k \Delta\tau$,

$$U^{k+1} = U^k - \gamma_U U^k \Delta\tau, \quad N^{k+1} = N^k - \gamma_N N^k \Delta\tau,$$

где $\Delta\tau$ – шаг по времени, k – номер итерации.

Используется программа 1. Сравнивая графики, соответствующие моделям 2, 3 и 4 (рис. 1 и 2), можно обнаружить много общего. Во всех случаях уровень знаний при многократном изучении одной и той же совокупности ЭУМ в целом возрастает, стремясь к уровню требований учителя L_0 по закону $Z(t)=L_0(1-\exp(-\beta\cdot t))$. Во время обучения также происходит переход непрочных знаний в прочные. После окончания изучения данной совокупности вопросов происходит забывание. Непрочные знания быстро уменьшаются, а количество прочных знаний (умений, навыков) уменьшается существенно медленнее.

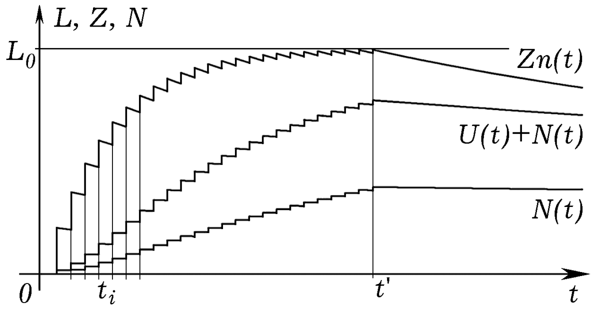

Рис. 2. Трехкомпонентная модель 4.

2. Модель непрерывного увеличения знаний

Альтернативный подход состоит в создании компьютерной модели, учитывающей плавное увеличение знаний во время занятий, длительностью которых пренебречь нельзя. В ее основе должна лежать система дифференциальных уравнений, решаемая численным методом. Существует множество таких моделей [4 – 6]; рассмотрим модель, учитывающую переход знаний из категории непрочных в категорию прочных знаний и наоборот.

Модель 5. Суммарные знания ученика Zn включают в себя непрочные знания первой категории $Z_1=Z$, более прочные знания второй категории (умения) $Z_2=U$ и очень прочные знания третьей категории (навыки) $Z_3=N$: $Z=Z_1+Z_2+\ \ +Z_3$. В процессе обучения ($k=1$) сообщаемая учителем информация сначала превращается в знания первой категории, а затем в результате ее использования при выполнении учебных заданий — в знания второй и третьей категории (рис. 3.1). При этом прочность усваиваемого материала постепенно возрастает. Скорость перехода непрочных знаний в категорию более прочных знаний характеризуется коэффициентами усвоения α_1 и α_2.

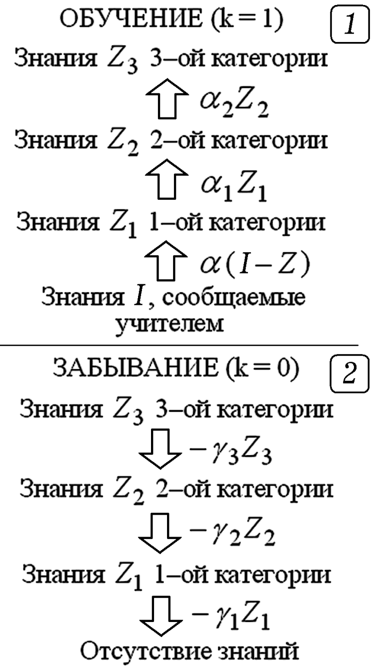

Рис. 3. Изменение прочности усвоенных знаний при обучении и забывании.

При отсутствии обучения ($k=0$) происходит обратный переход (рис. 3.2): часть прочных знаний третьей категории постепенно становятся менее прочными знаниями второй категории, те в свою очередь частично переходят в разряд непрочных знаний первой категории, которые забываются. Скорости превращения прочных знаний в непрочные при забывании характеризуются коэффициентами забывания γ_2 и γ_3. Итак, в основе предлагаемой модели лежат следующие принципы:

1. В процессе обучения учащийся оперирует имеющейся у него информацией, выполняя различные учебные задания. При этом сообщаемые учителем знания сначала усваиваются непрочно (становятся знаниями первой категории), затем по мере их повторения и использования — прочнее (превращаются в знания второй категории), а затем становятся прочными (знания третьей категории).

2. Скорость увеличения непрочных знаний ученика в процессе обучения пропорциональна разности между уровнем требований учителя L (количеством сообщаемых знаний) и суммарными знаниями ученика $Zn=Z_1+Z_2+Z_3$ и составляет $\alpha(L-Zn)$.

3. Во время обучения скорость превращения непрочных знаний Z_i в более прочные знания Z_{i+1} пропорциональна количеству непрочных знаний Z_i и равна $\alpha_i Z_i$ ($i=1, 2$).

4. При отсутствии обучения происходит забывание: знания ученика становятся менее прочными, а затем переходят в незнание. Скорость перехода прочных знаний ученика Z_i в менее прочные знания Z_{i-1} или в незнание

пропорциональна количеству Z_i и равна $-\gamma_i Z_i$ ($i = 1, 2, 3$).

Результат обучения характеризуется суммарным уровнем приобретенных знаний Zn и коэффициентом прочности $\mathrm{Pr} = (Z_2/2 + Z_3)/Zn$. Если все приобретенные во время обучения знания непрочные ($Z_1 = Zn$, $Z_2 = Z_3 = 0$), то коэффициент прочности $\mathrm{Pr} = 0$. Надо стремиться к ситуации, когда все приобретенные знания прочные ($Z_3 = Zn$, $Z_1 = Z_2 = 0$), тогда $\mathrm{Pr} = 1$.

Введем обозначения $Z = Z_1$, $U = Z_2$ и $N = Z_3$. Предлагаемая трехкомпонентная модель обучения выражается системой уравнений (при обучении $k = 1$, при забывании $k = 0$):

$$dZ/dt = k(\alpha(L - Zn) - \alpha_1 Z) - (1-k)(\gamma_Z Z - \gamma_U U),$$

$$dU/dt = k(\alpha_1 Z - \alpha_2 U) - (1-k)(\gamma_U U - \gamma_N N),$$

$$dN/dt = k\alpha_2 U - (1-k)\gamma_N N, \quad Zn = Z + U + N.$$

$$\alpha = 0{,}3 \cdot (1 - S), \ \alpha_1 = \alpha/2{,}72, \ \alpha_2 = \alpha_1/2{,}72,$$

$$\gamma_1 = 0{,}0015, \ \gamma_2 = \gamma_1/2{,}72, \ \gamma_3 = \gamma_2/2{,}72,$$

где S – сложность учебного материала. При длительном изучении одной темы количество знаний Zn увеличивается до L, одновременно с этим происходит повышение доли прочных знаний $Z_3 = N$, растет прочность Pr.

Таблица 1.

Время, час	I, усл. ед.
4	20
164	0
4	20
164	0
4	20
164	0
4	20
164	0
4	20
164	0
4	20
164	0
4	20
164	0
4	20
164	0
4	20
164	0

Таблица 2.

Год	месяц	I, усл. ед.
1 год	3	5
	3	10
	3	15
	3	0
2 год	3	20
	3	27
	3	35
	3	0
3 год	3	42
	3	49
	3	57
	3	0
4 год	3	65
	3	73
	3	82
	3	0
5 год	12	0
6 год	12	0

Допустим, обучение длится 4 часа в неделю, на занятиях изучается одна и та же тема, уровень требований $L = 20$ ЭУМ. Продолжительность недели 168 ч, то есть 4 часа занятий чередуются с перерывами длительностью 164 ч (табл. 1). Используемая программа 2 содержит цикл по времени, в котором определяется количество прочных и непрочных знаний ученика на следующем временном шаге и строятся графики $N(t)$, $U(t) + N(t)$ и $Zn = Z(t) + {} + U(t) + N(t)$ (рис. 4). Исходные данные об уровне предъявляемых требований, длительности занятий и промежутков между ними находятся в текстовом файле data.txt (рис. 5.1), откуда считываются программой. Получающиеся графики (рис. 4.1) похожи на кривые, представленные на рис. 2 для модели 4: в течение занятий количества знаний, умений и навыков ученика быстро растут, а в промежутках между ними – медленно уменьшаются. На рис. 4.2 приведены те же самые кривые, растянутые по оси времени. Из него видно, что во время занятий происходит плавное увеличение $Z(t)$, $U(t)$ и $N(t)$.

Программа 2.

```
{$N+}Uses crt, graph; {Free Pascal}
const Np=50; dt=0.005; Mt=10; Mz=5;
e=2.72; var D: text; DV,MV,i,j,j1,
Tm1,L1:integer; no,Tm,L:array[0..50]
of integer; alfa,k,gZ,gU,gN,t,aU,aN,
Z,U,N,t2: single;
BEGIN DV:=Detect; InitGraph(DV,MV,
''); Assign(D,'C:\data.txt');
Reset(D); gZ:=0.0003; gU:=gZ/e;
gN:=gU/e; For i:=1 to Np do
Readln(D,no[i],Tm[i],L[i]);
Repeat t:=t+dt; j:=0; t2:=t;
Repeat inc(j); t2:=t2-Tm[j];
until t2<0;
For i:=1 to 15 do begin alfa:=
0.03*(1-0.2); aU:=alfa/e; aN:=aU/e;
k:=1; If no[j]=0 then k:=0;
Z:=Z+k*(alfa*(L[j]-Z-N-U)-aU*Z)*
dt-gZ*Z*dt+gU*U*dt; U:=U+k*(aU*Z-
aN*U)*dt-gU*U*dt+gN*N*dt; N:=N+
k*aN*U*dt-gN*N*dt; end; circle(10+
round(Mt*t),700-round(Mz*(L[j])),1);
circle(10+round(Mt*t),700-round
(Mz*(N)),1); circle(10+round(Mt*t),
700-round(Mz*(N+U)),1); circle(10+
round(Mt*t),700-round(Mz*(N+U+Z)),1);
circle(10+round(Mt*t),700,1);
until (Keypressed)or(j>Np-1);
CloseGraph; END.
```

Рис. 4. Результаты использования модели непрерывного увеличения знаний (модель 5).

```
1   4   20  1        1  3   5  2
0  164  0            1  3  10
1   4   20           1  3  15
0  164  0            0  3   0
1   4   20           1  3  20
0  164  0            1  3  27
1   4   20           1  3  35
0  164  0            0  3   0
.......              .......
```

Рис. 5. Формат исходных данных в файле data.txt.

Обсуждаемая модель позволяет проанализировать поведение системы “учитель–ученик”, при различных распределениях изучаемой информации $L(t) = I(t)$. В качестве примера рассмотрим обучение в течение 4 лет; пусть 9 месяцев в году ученик учится, а 3 месяца отдыхает на каникулах, причем уровень требований учителя задается в таблицей 2. В файл data.txt необходимо поместить исходные данные в формате представленном на рис. 5.2, и запустить программу 2. Результаты моделирования приведены на рис. 6; из графиков видно, что во время обучения количество знаний умений и навыков растет, а во время каникул – снижается из–за забывания. Кривые $Z(t)$, $U(t)$ и $N(t)$ сильно зависят от параметров модели (коэффициентов усвоения и забывания); их следует подобрать так, чтобы получались разумные результаты.

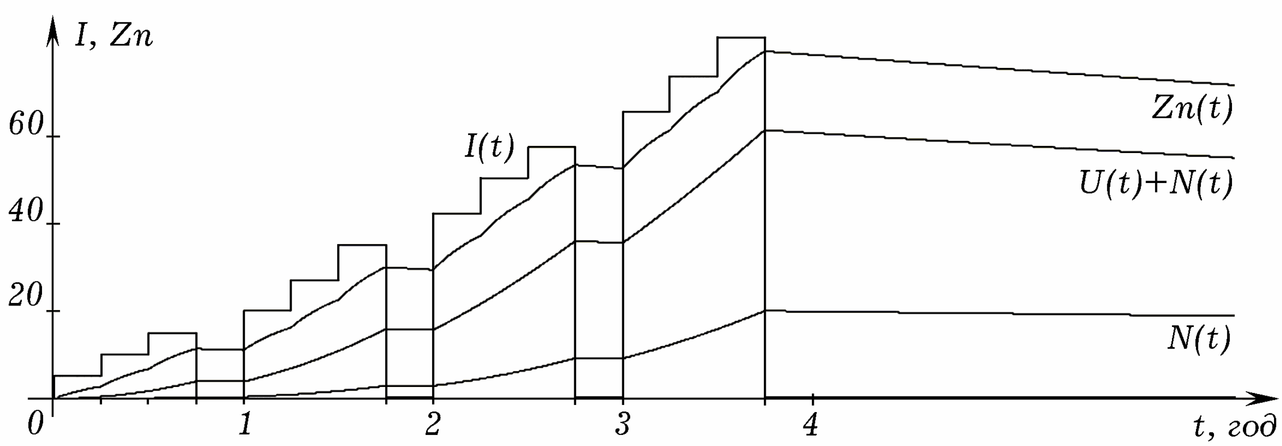

Рис. 6. Моделирование обучения в течение 4 лет (модель 5).

Заключение

В настоящей работе проанализированы следующие типы имитационных моделей дидактических систем: 1) однокомпонентная модель, рассматривающая процесс обучения как скачкообразный; 2) многокомпонентные модели скачкообразного увеличения знаний, учитывающие переход непрочных знаний в прочные; 3) модель непрерывного увеличения знаний, основанная на численном решении системы дифференциальных уравнений, учитывающая переход непрочных знаний в прочные и наоборот. Рассмотренные модели в случаях, когда длительность занятий существенно меньше промежутков между ними, дают похожие результаты. Получающиеся графики помогают исследовать зависимость поведения дидактической системы от ее параметров, распределения изучаемого материала и дополняют качественные рассуждения.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Кроль В.М. Психология и педагогика: Учеб. пособие для техн. вузов. – М .: Высш. Шк., 2001. – 319 с.

2. Кудрявцев В. Б. Об автоматном моделировании процесса обучения / В.Б.Кудрявцев, К.Вашик, А.С. Строгалов и др. // Дискретная математика. – 1996. – Вып. 4. – Т. 8. – С. 3–10.

3. Леонтьев Л. П., Гохман О. Г. Проблемы управления учебным процессом: математические модели. – Рига, 1984. – 239 с.

4. Майер Р.В. Исследование системы "учитель–ученик" с помощью компьютерной многокомпонентной модели обучения. – Научные исследования и разработки. Социально–гуманитарные исследования и технологии. – 2014. – N 4. – С. 53–56.

5. Майер Р.В. Кибернетическая педагогика: Имитационное моделирование процесса обучения. – Глазов: Глазов. гос. пед. ин–т, 2014. – 141 с.

6. Майер Р.В. Компьютерная двухкомпонентная вероятностная модель изучения дисциплины // Современное образование. — 2015. – N 1. – С. 42 – 52. DOI: 10.7256/2409-8736.2015.1.13701. URL: http://e-notabene.ru/pp/article_13701.html

7. Майер Р.В. Учет изменения прочности знаний при обучении: моделирование в электронных таблицах Excel // Современные научные исследования и инновации. – 2015. – № 1 [Электронный ресурс]. URL: http://web.snauka.ru/issues/2015/01/45010

8. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным,

биологическим и экологическим задачам. – М.: Наука, Гл. ред. физ. –мат. лит., 1986. — 496 с.
9. Солодова Е. А., Антонов Ю. П. Математическое моделирование педагогических систем // “Математика. Компьютер. Образование”. Сборник трудов XXII международной конференции. Ч. 1. – Ижевск, 2005. – С. 113 – 121.
10. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем: искусство и наука. – М.: Мир, 1978. – 302 с.

Computer models for saltatory and continuous knowledge increase in teaching

Mayer R. V.

Abstract – The problem of imitating modeling of didactic systems is discussed; are considered: 1) one–, two–, and three–component models of intermittent increase of knowledge; 2) the three–component model of continuous increase of knowledge which demands the numerical solution of the differential equations. It is supposed that total knowledge of the pupil consists of weak knowledge, strong knowledge and very strong (firm) knowledge which can transform itself one in another. Two programs written in the environment of Free Pascal are submitted, results of modeling are given.

Keywords – didactics, theory of training, computer modeling, programming, assimilation of knowledge, pupil.