

Анализ оценки точности навигации по ГНСС на геостационарной орбите с помощью рекурсивных алгоритмов

И.А. Соколов

Аннотация — В статье рассматриваются проблемы обеспечения оценки точности определения координат и скоростей космического аппарата на околоземной орбите с использованием глобальных навигационных спутниковых систем. Основное внимание уделено анализу эффективности навигационного алгоритма на основе фильтра Калмана в условиях систематических погрешностей эфемерид навигационных космических аппаратов, временной корреляции шума и геометрического фактора, характерного для геостационарных орбит. Показано, что традиционные модели оценки точности, основанные на матрице ковариаций ошибок, зачастую не соответствуют реальным погрешностям из-за упрощенных предположений о статистике шумов и игнорирования систематических ошибок. Предложен метод повышения достоверности оценки точности, сочетающий упрощенный фильтр Калмана с параллельным расчетом расширенной матрицы ковариаций, учитывающей систематические погрешности эфемерид. Этот подход позволяет сохранить вычислительную эффективность основного алгоритма, одновременно корректируя оценку точности без значительного увеличения нагрузки на бортовые системы. Результаты имитационного моделирования подтверждают соответствие скорректированной оценки фактическим ошибкам координат и скоростей космического аппарата. Полученные результаты актуальны для спутниковой навигации на высоких орбитах.

Ключевые слова — фильтр Калмана, спутниковая навигация, аппаратура спутниковой навигации, оценка точности, математическое моделирование, систематические погрешности, геостационарная орбита.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из ключевых задач навигационных средств, основанных на приеме и обработке сигналов ГНСС, является обеспечение высокой точности определения координат и скоростей объекта.

В реальных условиях эксплуатации при размещении аппаратуры спутниковой навигации на объекте, расположенном на геостационарной орбите (ГСО), отсутствует возможность прямого сравнения результатов определений с эталонной траекторией объекта. В фильтре Калмана (ФК) [1] такую оценку дает матрица оценки точности G , которая формируется на основе вычисления дисперсий и ковариаций ошибок

измерений и параметров модели движения объекта (рис.1).



Рис. 1. Алгоритм фильтра Калмана

Эта матрица позволяет количественно охарактеризовать неопределенность оценок координат и скоростей. Однако на практике значения соответствующих элементов матрицы G зачастую отличаются [2-4] от реальной точности определения траектории объекта, что связано с рядом факторов: неточностью моделей ошибок, наличием систематических погрешностей, а также влиянием небелого шума, который характеризуется временной корреляцией и плохо учитывается традиционными методами.

Координаты навигационных космических аппаратов (НКА), получаемые из эфемерид и используемые для расчета орбитальных параметров космического аппарата (КА), могут содержать систематические погрешности [5-12], обусловленные неточностями в моделях движения НКА или ошибками передачи

Статья получена 4 июля 2025

Соколов Иван Александрович, Санкт-Петербургский государственный университет, акционерное общество «Конструкторское бюро навигационных систем», Россия (ivansokolof1997@mail.ru).

данных. При навигации на околоземной орбите эфемеридные систематические погрешности, как правило, неизвестны, и их игнорирование приводит к ошибкам определения координат и скоростей пропорционально геометрическому фактору. Особенно актуально это для ГСО, где GDOP (с англ. geometric dilution of precision - геометрический фактор) может быть и 1000 и 10000 (на рис.2. показано, что с ростом высоты орбиты ограничивается и сужается область радиовидимости НКА – увеличивается GDOP). Такой геометрический фактор при средних эфемеридных погрешностях в 1м [13] дает ошибку определения координат КА в несколько километров.

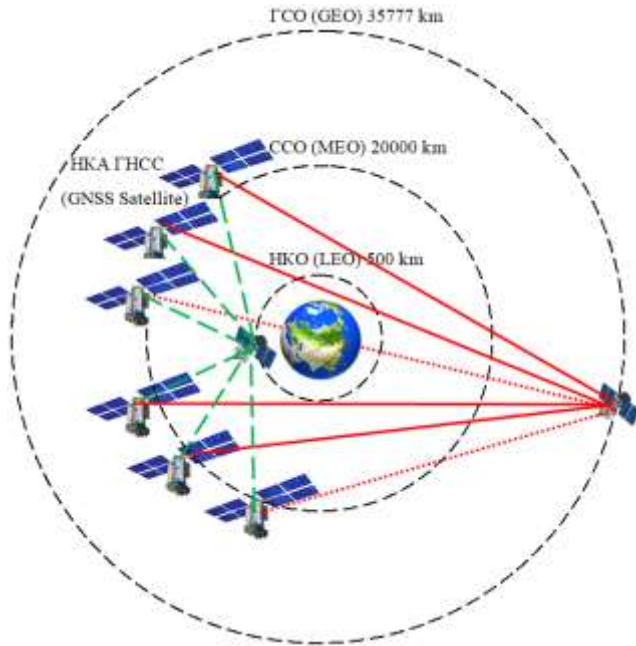


Рис. 2. Визуализация ухудшения GDOP на ГСО. КА на ГСО не получает сигнал от НКА из-за ограничения радиовидимости (пунктирная линия)

Соответствие оценки точности фактическим ошибкам возможно только при полном соответствии моделей [14-16] измерений и движения (рис.1 блок предсказания) реальным физическим явлениям (распространению радиоволн и полету космического аппарата на околоземной орбите [17] и дрейфу частоты опорного генератора КА). Однако ограничение вычислительных ресурсов не позволяет использовать максимально правдоподобные модели и побуждает искать компромиссы.

Полный учет систематических погрешностей необходим для обеспечения корректного соответствия оценки точности реальным ошибкам измерений [14], но усложнение алгоритмов увеличивает вычислительные затраты, что может быть критичным для работы в реальном времени. Поэтому при практической реализации необходимо находить компромисс между точностью и вычислительной сложностью.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Под вектором состояния КА на ГСО для случая определений по одной ГНСС понимается следующая

величина:

$$\bar{X}_t = \left[x_t, y_t, z_t, Vx_t, Vy_t, Vz_t, \Delta t_{ГНСС}, \frac{\partial \Delta t}{\partial t} \right]^T \quad (1)$$

где:

x_t, y_t, z_t – координаты КА в момент времени t ;

Vx_t, Vy_t, Vz_t – скорости КА в момент времени t ;

$\Delta t_{ГНСС}$ – поправка шкалы опорного времени КА к системной шкале ГНСС в момент времени t ;

$\frac{\partial \Delta t}{\partial t}$ – нормированная поправка к частоте опорного

генератора КА в момент времени t .

Функции, описывающие связь измеренных псевдодалностей $D_{изм,i}$ и псевдоскоростей $V_{изм,i}$ с вектором определяемых параметров КА (1) на околоземной орбите, записываются в следующем виде:

$$D_{изм,i} = \sqrt{(x_t - x_{НКА,i})^2 + (y_t - y_{НКА,i})^2 + (z_t - z_{НКА,i})^2} + c \Delta t_{ГНСС} + \delta D_{эф,i} + \delta D_{анн,i} + \delta D_{осм,i} \quad (2)$$

$$V_{изм,i} = \frac{(x_t - x_{НКА,i})(Vx_t - Vx_{НКА,i}) + (y_t - y_{НКА,i})(Vy_t - Vy_{НКА,i}) + (z_t - z_{НКА,i})(Vz_t - Vz_{НКА,i})}{\sqrt{(Vx_t - Vx_{НКА,i})^2 + (Vy_t - Vy_{НКА,i})^2 + (Vz_t - Vz_{НКА,i})^2}} + c \frac{\partial \Delta t}{\partial t} + \delta V_{эф,i} + \delta V_{анн,i} + \delta V_{осм,i} \quad (3)$$

где:

$x_{НКА,i}, y_{НКА,i}, z_{НКА,i}$ – координаты i -го НКА на момент излучения навигационного сигнала;

$Vx_{НКА,i}, Vy_{НКА,i}, Vz_{НКА,i}$ – скорости i -го НКА на момент излучения навигационного сигнала;

c – скорость света в вакууме;

$\delta D_{эф,i}$ и $\delta V_{эф,i}$ – погрешности измерений псевдодалности и псевдоскорости соответственно, обусловленные погрешностью ШВ и эфемерид i -го НКА, обычно моделируемые постоянными систематическими погрешностями на время действия эфемерид i -го НКА;

$\delta D_{анн,i}$ и $\delta V_{анн,i}$ – аппаратная погрешность измерений псевдодалности и псевдоскорости, обусловленные характеристиками аппаратуры, как правило случайные погрешность с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_{D,i}$ и $\sigma_{V,i}$ соответственно, которые зависят от аппаратуры, соотношения сигнала к шуму и прочих характеристик и формируют матрицу оценок ошибок измерений R_i ;

$\delta D_{осм,i}$ и $\delta V_{осм,i}$ – остаточная погрешность из-за ошибок калибровки модуля и другие. Для движения КА на ГСО предполагается, что часть перечисленных источников погрешностей либо отсутствуют, либо их влияние является пренебрежимо малым для рассматриваемого класса задач (нулевая остаточная погрешность).

Вектор измерений $Z_{изм}$, на один момент времени представляет собой упорядоченный набор $D_{изм,i}$ и $V_{изм,i}$ для конкретной конфигурации созвездия n НКА:

$$Z_{изм} = \begin{bmatrix} D_{изм,1} \\ V_{изм,1} \\ \vdots \\ D_{изм,n} \\ V_{изм,n} \end{bmatrix} \quad (4)$$

С помощью модели набора измерений можно составить матрицу H_t частных производных от модели измерений (правая часть формул 2 и 3) по оцениваемым параметрам вектора состояния (1).

Для строгого учета систематических ошибок в ФК их нужно включить в вектор состояния (1), расширив его на удвоенное число НКА в созвездии [14]:

$$\bar{X}_t^{сист} = [\bar{X}_t, D_{эф,1}, V_{эф,1}, \dots, D_{эф,n}, V_{эф,n}] \quad (5)$$

Тогда матрица частных производных от модели измерений по оцениваемым параметрам вектора состояния получается добавлением к H_t единичной матрицы размерностью $2n$ на $2n$:

$$H_t^{сист} = [H_t \quad I_{2n \times 2n}] \quad (6)$$

Однако алгоритм ФК с расширенным вектором состояния является очень ресурсоемким для средств, работающих в режиме реального времени.

III. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Моделирование движения КА на ГСО выполняется на опытном образце АСН с применением имитатора принимаемых потребителем на орбите сигналов СН3805М [18] (рис.3), что позволяет воспроизводить контролируемые условия эксперимента.

Использовался сценарий, который включает заданные параметры для ГСО, альманахи на 20.05.2024 и ошибки в псевдодалностях, обусловленные ошибками эфемерид и часов НКА.

IV. НЕСООТВЕТСТВИЕ ОЦЕНОК ТОЧНОСТИ ФАКТИЧЕСКИМ ОШИБКАМ

В аппаратуре спутниковой навигации, работающих в режиме реального времени, реализовано несколько способов учета неизвестных эфемеридных погрешностей. Например, в алгоритме усредненного МНК (усреднение на интервале нескольких мгновенных МНК решений) аппаратуры спутниковой навигации АО «КБ НАВИС» разработаны эмпирические формулы загробления оценки точности (рис.4) на величину

эфемеридной погрешности, которая передается в составе эфемеридной информации.

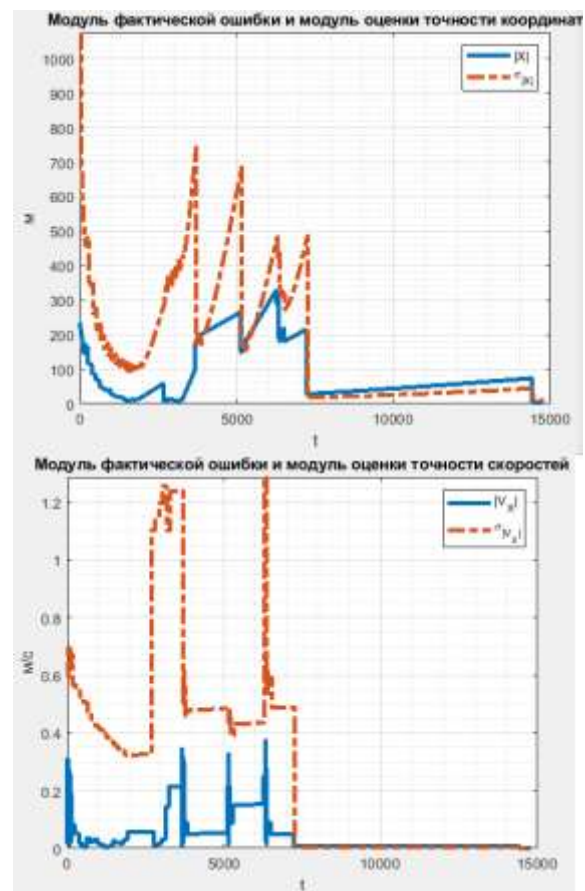


Рис.4. Модуль погрешности координат и скоростей и модуль их оценки точности усредненного МНК при работе на сеансе по ГЛОНАСС+GPS+Galileo

Оценка точности на графике рис.4 полностью покрывает фактические погрешности. Однако в начальный период — в течение первых двух часов — наблюдается значительное завышение оценки, что указывает на её избыточную консервативность и несоответствие динамике уточнения параметров на ранних этапах работы.

В модели фильтра Калмана с неучтенными систематическими погрешностями оценка точности может быть заниженной по сравнению с реальными значениями. Это связано с тем, что фильтр Калмана предполагает, что шумы динамики и измерений

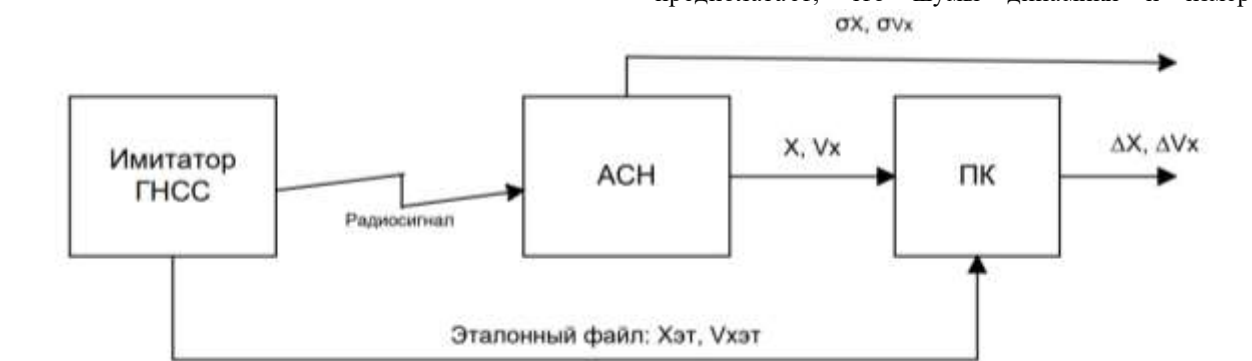


Рис.3. Стенд моделирования

являются белыми, стационарными и полностью описываемыми ковариационными матрицами R_t и Q_t (Q_t – матрица оценок ошибки на текущем промежутке прогноза).

При использовании ФК, который не учитывает временную корреляцию, возникает риск недостоверного представления о статистике ошибок. Это может проявляться в виде "оптимистичных" оценок (рис.5), когда ФК полагает, что данные менее шумные, чем они есть на самом деле. В результате, полученная оценка точности оказывается заниженной, что может ввести в заблуждение при принятии решений на основе этих данных. Стоит отметить, что аналогично усредненному МНК можно использовать эмпирическую коррекцию оценки точности. Такой подход позволяет частично компенсировать неучтенные факторы, но он остается приближенным и не гарантирует полной адекватности модели реальным условиям.

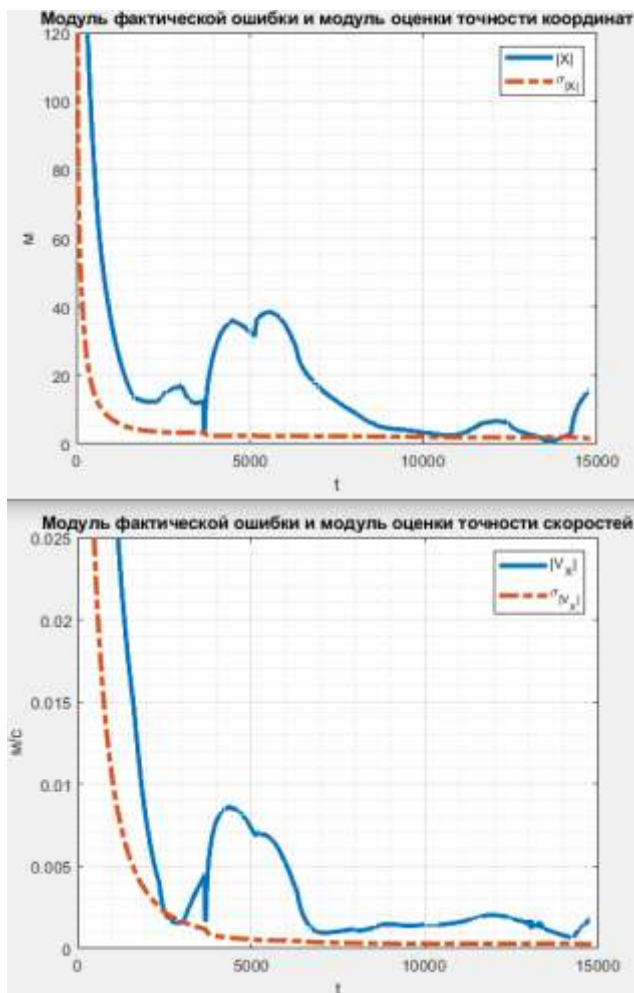


Рис.5. Модуль фактической погрешности координат и скоростей и модуль их оценки точности фильтра Калмана без учета систематических погрешностей при работе на сеансе по ГЛОНАСС+GPS+Galileo

В случае работы ФК с учетом систематики для полной модели (реализована в цифровом двойнике модуля вторичной навигации АСН в комплексе программ ПК) оценка точности соответствует фактическим ошибкам (рис.6).

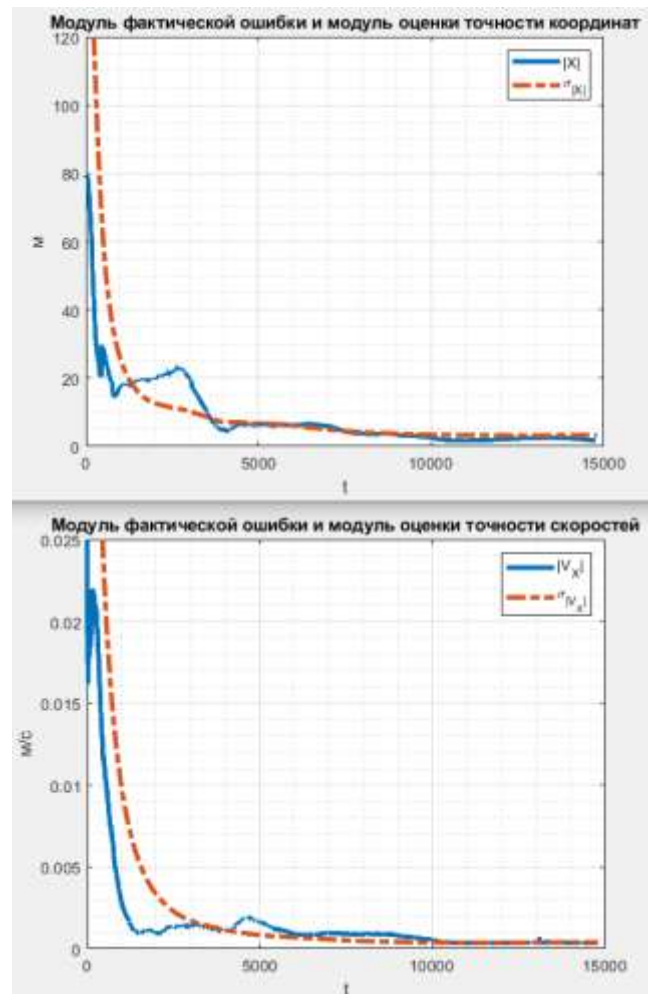


Рис.6. Модуль погрешности координат и скоростей и модуль их оценки точности фильтра Калмана с учетом систематических погрешностей в цифровом двойнике модуля АСН при работе на сеансе по ГЛОНАСС+GPS+GALILEO

V. АДЕКВАТНАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ

Для адекватной корректировки оценки точности фильтра Калмана, основанного на упрощенной модели из-за ограничений вычислительных ресурсов, необходимо учитывать как известные упрощающие предположения, так и полную модель системы. Хотя подходы, такие как дискретные алгоритмы анализа ошибок и чувствительности [14], могут быть использованы для теоретической оценки, они не всегда адекватно отражают реальные погрешности в условиях сложных динамических процессов. Субоптимальный метод Шмидта-Калмана, описанный в [15], позволяет снизить вычислительные затраты, но при этом увеличивает фактические ошибки, что делает его менее предпочтительным.

Из-за того, что формула 3 (обновление матрицы оценки точности) на рис.1 обеспечивает корректную работу для любого значения матрицы коэффициентов усиления K_t , логично предложить следующую методологию: не затрагивая «стандартный» ФК, дополнительно считать для него новую оценку точности G_a по формулам ФК с учетом систематики (с расширенной матрицей $H_t^{сист}$) с коэффициентом

усиления K_t из «стандартного» ФК, дополненного нулями для совпадения размерности матриц.

Поскольку такая скорректированная оценка (рис.7) не вносит изменений в основной алгоритм упрощённого ФК, она может быть реализована параллельно. Это позволяет сохранить вычислительную эффективность упрощённого ФК при одновременном повышении достоверности оценки точности за счёт учёта систематических погрешностей. Такой подход обеспечивает баланс между производительностью и адекватностью модели, что особенно важно при ограниченных ресурсах.

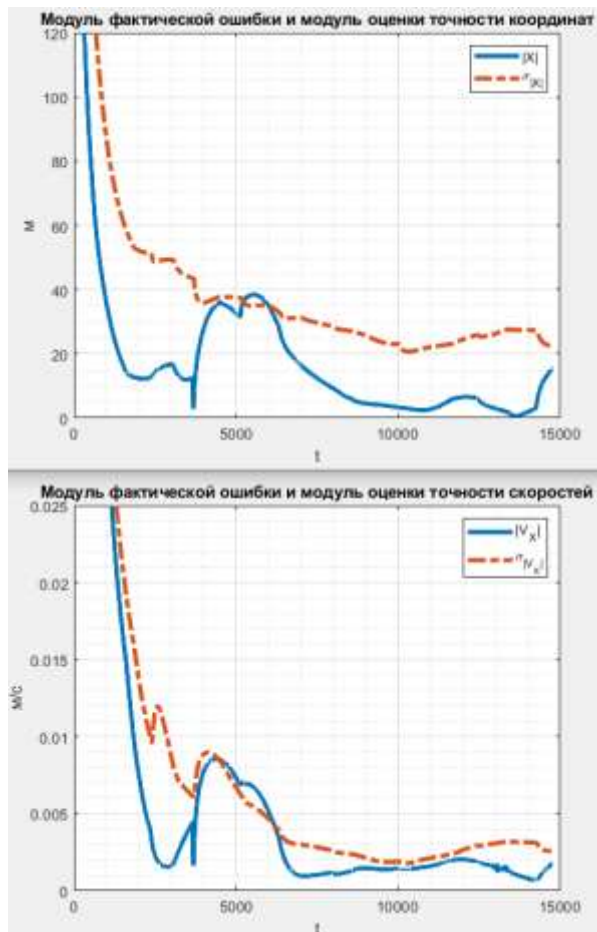


Рис.7. Модуль фактических погрешностей координат и скоростей и их адекватная оценка точности при работе ФК в АСН на сеансе ГЛОНАСС+GPS+Galileo

Оценка точности на рис.7 демонстрирует соответствие представленной выборке данных.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ показал, что традиционные модели оценки точности часто занижают или завышают фактические погрешности из-за несовершенства статистических моделей шумов, наличия систематических ошибок и влияния временной корреляции. Это подчеркивает необходимость разработки и внедрения адаптивных методов оценки точности, способных учитывать изменяющиеся условия и сложные динамические процессы.

Особый интерес представляет подход,

предполагающий параллельную работу упрощённого фильтра Калмана и полной модели с расширенной матрицей усиления и учётом систематических погрешностей. Такой метод позволяет повысить достоверность оценки точности без увеличения вычислительной нагрузки на основной алгоритм, что особенно важно для средств спутниковой навигации с ограниченными ресурсами.

Результаты моделирования подтвердили эффективность предложенного подхода. Полученные оценки точности соответствуют фактическим погрешностям.

БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Lefferts, E.J., Markley, F.L., Shuster, M.D. (1982) Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 5:417–429. DOI: 10.2514/3.56190
- [2] Лопарев, А. В. Метод оценивания параметров полигармонических последовательностей, основанный на гауссовской аппроксимации апостериорной плотности // Материалы XXXIII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова: 15-ая мультиконференция по проблемам управления, Санкт-Петербург, 04–06 октября 2022 года. – Санкт-Петербург: "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2022. – С. 62-65. – EDN QMPVGE.
- [3] Богомолов В. В., Кошаев Д. А. Алгоритм позиционирования подводного аппарата по измерениям дальности до маяков при их недостаточном для одномоментного навигационного решения количестве // Материалы XXXIII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова: 15-ая мультиконференция по проблемам управления, Санкт-Петербург, 04–06 октября 2022 года. – Санкт-Петербург: "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2022. – С. 66-69. – EDN NJEEVS.
- [4] Q. Ge, T. Shao, Z. Duan and C. Wen, "Performance Analysis of the Kalman Filter With Mismatched Noise Covariances," in *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 61, no. 12, pp. 4014–4019, Dec. 2016, doi: 10.1109/TAC.2016.2535158.
- [5] Глобальная навигационная спутниковая система ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ (редакция 5.1): М. 2008
- [6] IS-GPS-200N: NAVSTAR GPS Space Segment / Navigation User Segment Interfaces [Электронный ресурс] URL: <https://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-200N.pdf> (дата обращения: 19.05.2025).
- [7] Galileo Open Service Signal in Space Interface Control Document (OS SIS ICD v2.0) // [Электронный ресурс] / URL: https://galileognss.eu/wp-content/uploads/2021/01/Galileo_OS_SIS_ICD_v2.0.pdf (дата обращения: 19.05.2025)
- [8] BeiDou Navigation Satellite System Signal In Space Interface Control Document. Open Service Signal B1I (Version 1.0) // [Электронный ресурс] / URL: <http://www.beidou.gov.cn/xt/gfxxz/201902/P020190227593621142475.pdf>
- [9] Тяпкин В. Н., Гарин Е. Н. Методы определения навигационных параметров подвижных средств с использованием спутниковой радионавигационной системы ГЛОНАСС: монография / В. Н. Тяпкин, Е. Н. Гарин. — Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2012. — 260 с. — ISBN 978-5-7638-2639-5
- [10] Антонович К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии: В 2 т. Т. 2. Монография; ГОУ ВПО «Сибирская государственная геодезическая академия». — М.: ФГУП «Картгеоцентр», 2006. — 360 с
- [11] Hayek, Samer, Saroufim, Joe, Kassas, Zaher M., "Ephemeris Error Modeling in Opportunistic LEO Satellite Tracking with Pseudorange and Doppler Measurements," *Proceedings of the 36th International Technical Meeting of The Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2023)*, Denver, Colorado, September 2023, pp. 2123–2133. DOI: 10.33012/2023.19453
- [12] Angrisano, A.; Cappello, G.; Del Pizzo, S.; Gaglione, S. Time-Differenced Carrier Phase Technique for Precise Velocity Estimation on an Android Smartphone. *Sensors* 2022, 22, 8514. DOI:10.3390/s22218514

- [13] Мысливцев Т.О., Никифоров С.В. Оценка точности координатно-временных определений потребителей в условиях ограниченной видимости космических аппаратов глобальных навигационных спутниковых // Вопросы оборонной техники. Серия 16: Технические средства противодействия терроризму. – 2021. – № 1-2(151-152). – EDN ВСІІНК.
- [14] Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. Перевод с английского под ред. проф. Левина Б.Р. М.: «Связь». 1976.
- [15] Grewal M.S., Andrews A.P. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB. — 3rd ed. — Hoboken, NJ: Wiley, 2015. — 632 p.
- [16] Simon D. Optimal State Estimation: Kalman, H_∞ , and Nonlinear Approaches / Dan Simon. — Hoboken, N.J. : Wiley, 2006. — 594 p.
- [17] Соколов И.А., Цеханович Г.С. Анализ модели движения космического аппарата на околоземной орбите // Сибирский аэрокосмический журнал. - 2025. -Т.26. -№1. —С. 107-125. DOI: 10.31772/2712-8970-2025-26-1-107-125
- [18] Имитатор сигналов перевозимый СН-3805М ТДЦК.464938.007. Код продукции 681820 5068. Руководство по эксплуатации ТДЦК.464938.007 РЭ/ Акционерное общество «Конструкторское бюро навигационных систем» — М., 2013. —125 с.

Соколов Иван Александрович. Аспирант Санкт-Петербургского государственного университета кафедры моделирования электромеханических и компьютерных систем, ведущий инженер лаборатории базового программного обеспечения навигационной аппаратуры пользователей космического назначения акционерного общества «Конструкторского бюро навигационных систем». Область научных интересов: математическое моделирование, комплексы программ, космическая навигация. E-mail: ivansokolof1997@mail.ru.

Analysis of GNSS navigation accuracy assessment in geostationary orbit using recursive algorithms

I.A. Sokolov

Abstract — The article considers the problems of ensuring the assessment of the accuracy of determining the coordinates and velocities of a spacecraft in near-Earth orbit using global navigation satellite systems. The main attention is paid to the analysis of the Kalman filter efficiency under the conditions of systematic errors of the ephemeris of navigation spacecraft, time correlation of noise and the geometric factor typical of geostationary orbits. It is shown that traditional models of accuracy assessment based on the error covariance matrix often do not correspond to the real errors due to simplified assumptions about noise statistics and ignoring systematic errors. A method for increasing the reliability of the accuracy assessment is proposed, combining a simplified Kalman filter with a parallel calculation of the extended covariance matrix that takes into account the systematic errors of the ephemeris. This approach allows preserving the computational efficiency of the main algorithm, while adjusting the accuracy assessment without a significant increase in the load on the onboard systems. The simulation results confirm the correspondence of the adjusted assessment to the actual errors of the spacecraft coordinates and velocities. The results are relevant for satellite navigation in high orbits.

Keywords — Kalman filter, satellite navigation, satellite navigation equipment, accuracy assessment, mathematical modeling, systematic errors, geostationary orbit.

REFERENCES

- [1] Lefferts, E.J., Markley, F.L., Shuster, M.D. (1982) Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 5:417–429. DOI: 10.2514/3.56190
- [2] Loparev, A. V. Method for estimating the parameters of polyharmonics sequences based on the Gaussian approximation of the a posteriori density // *Proceedings of the XXXIII conference in memory of the outstanding designer of gyroscopic devices N. N. Ostryakov: 15th multi-conference on control problems*, St. Petersburg, October 4–6, 2022. – St. Petersburg: Concern Central Research Institute Elektropribor, 2022. – P. 62–65. – EDN QMPVGE.
- [3] Bogomolov V. V., Koshaev D. A. Algorithm for positioning an underwater vehicle based on measurements of the range to beacons when their number is insufficient for a one-time navigation solution // *Proceedings of the XXXIII conference in memory of the outstanding designer of gyroscopic devices N. N. Ostryakov: 15th multi-conference on control problems*, St. Petersburg, October 4–6, 2022. – St. Petersburg: Concern Central Research Institute Elektropribor, 2022. – P. 66–69. – EDN NJEEVS.
- [4] Q. Ge, T. Shao, Z. Duan and C. Wen, "Performance Analysis of the Kalman Filter With Mismatched Noise Covariances," in *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 61, no. 12, pp. 4014–4019, Dec. 2016, doi: 10.1109/TAC.2016.2535158.
- [5] Global Navigation Satellite System GLONASS. Interface Control Document (Revision 5.1): M. 2008
- [6] IS-GPS-200N: NAVSTAR GPS Space Segment / Navigation User Segment Interfaces Available: <https://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-200N.pdf> (access date: 19 May 2025)
- [7] Galileo Open Service Signal in Space Interface Control Document (OS SIS ICD v2.0) // Available: https://galileognss.eu/wp-content/uploads/2021/01/Galileo_OS_SIS_ICD_v2.0.pdf (access date: 19 May 2025)
- [8] BeiDou Navigation Satellite System Signal In Space Interface Control Document. Open Service Signal B1I (Version 1.0) // Available: <http://www.beidou.gov.cn/xt/gfzx/201902/P020190227593621142475.pdf> (access date: 19 May 2025).
- [9] Tyapkin V. N., Garin E. N. Methods for determining the navigation parameters of vehicles using the GLONASS satellite radio navigation system: monograph // . - Krasnoyarsk: Sib. federal. un-t, 2012. - 260 p. - ISBN 978-5-7638-2639-5
- [10] Antonovich K. M. Use of satellite radio navigation systems in geodesy: In 2 vols. Vol. 2. Monograph; State Educational Institution of Higher Professional Education "Siberian State Geodetic Academy". - M.: FSUE "Kartgeocenter", 2006. - 360 p.
- [11] Hayek, Samer, Saroufim, Joe, Kassas, Zaher M., "Ephemeris Error Modeling in Opportunistic LEO Satellite Tracking with Pseudorange and Doppler Measurements," *Proceedings of the 36th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2023)*, Denver, Colorado, September 2023, pp. 2123–2133. DOI: 10.33012/2023.19453
- [12] Angrisano, A.; Cappello, G.; Del Pizzo, S.; Gaglione, S. Time-Differenced Carrier Phase Technique for Precise Velocity Estimation on an Android Smartphone. *Sensors* 2022, 22, 8514. DOI:10.3390/s22218514
- [13] Myslivtsev T.O., Nikiforov S.V. Assessment of the accuracy of coordinate-time determinations of consumers in conditions of limited visibility of global navigation satellites spacecraft // *Issues of defense technology. Series 16: Technical means of countering terrorism*. - 2021. - No. 1-2 (151-152). - EDN BCIHK.
- [14] Sage A.P., Melse J.L. Estimation Theory with Application to Communication and Control. N.Y. McGraw-Hill, 1972.
- [15] Grewal M.S., Andrews A.P. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB. — 3rd ed. — Hoboken, NJ: Wiley, 2015. — 632 p.
- [16] Simon D. Optimal State Estimation: Kalman, H ∞ , and Nonlinear Approaches / Dan Simon. — Hoboken, N.J. : Wiley, 2006. — 594 p.
- [17] Sokolov I.A., Tsekhanovich G.S. Analysis of the movement model of a spacecraft in earth orbit // *Siberian Aerospace Journal*. - 2025. - Vol. 26. - N. 1. - P. 107-125. DOI: 10.31772/2712-8970-2025-26-1-107-125
- [18] Signal simulator transported SN-3805M TDCK.464938.007. Product code 681820 5068. Operation manual TDCK.464938.007 RE / Joint-Stock Company "Design Bureau of Navigation Systems" - M., 2013. - 125 p.

Sokolov Ivan, Aleksandrovich. Postgraduate student of the St. Petersburg State University, Department of Modeling Electromechanical and Computer Systems, leading engineer of the laboratory of basic software for navigation equipment for space users of the joint-stock company "Design Bureau of Navigation Systems". Research interests: mathematical modeling, software packages, space navigation. E-mail: ivansokolof1997@mail.ru.